

# フレーゲ論理主義の認識論的意味付け

## Epistemological Significance of 'Frege's Logicism'

文学研究科人文学専攻博士前期課程修了

平 石 美 喜 子

Mikiko Hiraishi

### 序

我々は、何を、いかにして認識するのかという問題を、認識論という名の下で論ずる。しかしその議論は容易なものではない。何故ならば、認識論が関わる領域は広すぎるからである。本論で取り上げたいのは、現代論理学の祖、ゴットローブ・フレーゲ(Friedrich Ludwig Gottlob Frege 1848–1925)の論理学の認識論的意味付けである。以下に述べるフレーゲの論理学、あるいは算術の哲学は、真理を問題にした認識論に一定の意味を持つものであると筆者は考える。

算術的認識・算術的真理の分類、その真理にいたる補助手段としての論理学の構築、正当化の厳密性、あるいは論理学や算術の限界というものを、フレーゲは表しているのである。筆者はその厳密さ故にフレーゲを取り上げることにした。

それでは、以下でフレーゲの論理主義を見ていこう。

### I. 算術的認識

#### 1. 算術的認識とは？

##### (1) カントによる分類

まずフレーゲが倣ったカントの分類の仕方について、至極簡単にではあるが記しておこう。

カントに従うならば、アприオリな認識というのは、「一切の経験に絶対にかかわりなく成立する認識」（『純粋理性批判』（以下KrVと略記する）緒論 B.3）<sup>1</sup>である。そしてアприオリな認識の中でも経験的なものを一切含まないものがカントの「純粋認識」である（KrV BB.2-3）。一方アポステリオリな認識とは、「経験的認識」であり、その「経験的認識は、……経験によってのみ可能な認識」（KrV BB.2-3）なのである。それまでの経験から導き出される帰結のような帰納的普遍性ではなく、例外がひとつも認められない厳密な普遍性が、アприオリな認識の特徴である。アポステリオリな認識には絶対的な普遍性はなく、経験的な普遍性だけをもつ。経験的普遍性は、多くの場合に妥当であ

ると言える事柄が、あたかもすべての場合において妥当であると主張されるようなものであり、必ずしも絶対的とは言えない。そのために、必然的であることと普遍性を有していることとは、カントにとってアプリオリな認識をそれ以外から区別するための確実な徴表となる。

次に、分析的判断・総合的判断という区別がある。

分析的判断は明示的ではないにせよ、主語概念のうちで既に考えられていることだけを述語において述べているがゆえに、主語概念の内容を説明するだけである。しかし総合的判断は、分析的判断のように述語が主語概念に含まれているとは限らない。ということは、与えられた主語概念と述語概念とを総合して認識を拡張することになる。こうしてカントは、分析的判断を「解明的判断（Erläuterungsurteil）」、総合的判断を「拡張的判断（Erweiterungsurteil）」と呼んだ（KrV BB.10-11）。

それでは、数学についてカントはどのように考えていたのか。カントは数学がアプリオリで総合的であるとす。その理由を、カントは『プロレゴメナ』<sup>2</sup>において、算術と幾何学のそれぞれについて述べている。

純粋算術とは、「経験的認識を含まず純粋なア・プリオリな認識だけを含む」（『プロレゴメナ』序言 S.28）ものである。この算術については、「 $7 + 5 = 12$ 」という式を例に挙げて説明している（『プロレゴメナ』SS.28-29）。加算していくことは時間的に継起することを意味するというのである。算術同様に、純粋幾何学も分析的ではない。幾何学においては作図、つまり幾何学的概念を直観に現示するのであり、幾何学的概念の構成には直観が欠かせない。そのために、純粋幾何学もアプリオリで総合的ということになる（『プロレゴメナ』SS.28-29）。以上のことから、純粋な数学的認識はすべてアプリオリであり、概念の分析だけでなくいくつかの概念を純粋直観において構成し、総合することによって拡張された認識であると、カントは主張した。

## （2）フレーゲにとっての算術的認識

カントの判断分類は、認識される対象、判断される内容についての区別である。それに対してフレーゲは、アプリオリ・アポステリオリ／分析的・総合的という区別が「判断の内容にではなく、判断を下すことの正当化に関係」しているのだと主張する（GLA S.3）<sup>3</sup>。正当化についてフレーゲが主な問題としていたのは、例えば基数概念のように、数学上で自明とされる概念が、一体何に基づいているのか？ いかにしてその概念や命題が、他のさらに一層基本的な概念や命題に基づいているのか？ ということであった。その問題に解答を与えるため、当時の少なからざる数学者とともに、算術がそこに還元されるべき学問を、フレーゲは論理学だと考えた。同時に、正当化の的確性も算術的概念の定義も、論理学と密接に関係すべきだと主張するのである（GLA IX）。

まず、フレーゲが数学的真理のうちで算術的真理と幾何学的真理とを区別したことについて述べなくてはならない。数学的真理は「それ自身は証明不可能でまた証明不要であるような一般法則だけから、その証明が遂行可能だとすれば、その真理はアプリオリ」である（GLA S.4）が、算術的真理と

幾何学的真理とでは分析的か総合的かという点で異なる。

まず幾何学的真理は、図形という空間的直観をその命題の真理性を正当化する根拠にしている。直観は論理的正当化のみによって証明できないがために、幾何学的真理は総合的と見なされる。しかし算術的真理の場合は異なる。算術的命題の基礎付けにとっては、論理学によって一分の隙もない証明をしたり、その証明を遡ればごく少数の原初的真理にいき着く、という堅固な正当化がなされることが不可欠なのである（GLA S.4）。そしてその正当化が、心理的要素あるいは主観的要素の入る隙間のない論理によって、それ以上証明不可能な原初的論理的真理のみに遡ることができるのであれば分析的と言える。

それでは、何故論理学が算術的真理の正当化を遂行できると考えたのであろうか。フレーゲにとって重要な問いとは、ある命題について、「どのようにして最終的に、最も堅固に基礎づけることができるか、その方法を問う」（BS 序文Ⅲ）<sup>4</sup>ことである。フレーゲの数学的認識に関する分類では、算術的真理であれば論理的法則に基づいて隙間なく証明ができるはずである。このような算術的真理において、「一見数学に固有と思われる推論ですら、一般的な論理法則に基づいて」（GLA IV）証明が可能であるとフレーゲが考えたのは、証明が可能な場合には、「帰納による確証よりも証明を優先するというのは、数学の本性に根差すこと」だからである（GLA S.2）。

ところで、このように遡り得るとすれば、「少数の原初的真理（Urwahrheiten）へ全てが還元」（GLA S.2）されていく。そのように少数の原初的真理に還元するということを追究していくことで、我々が、例えば日常生活で無意識に行なっている判断や推論を意識化する。しかし、原初的真理とは一体どのようなものなのであろうか。先に述べてしまうと、原初的真理とは、公理をさす。それ以上は証明不可能であるようなほんの少数の公理が基礎であり、その公理から様々に派生していくことで算術的認識が成り立つのだと、フレーゲは考えた。では、その公理についてフレーゲはどのように考えていたのだろうか。

フレーゲは「定義」と「公理」とをまず区別する。伝統的に公理と呼ばれているのは、真であることは確実だが、そのことを論理的推論の連鎖で証明することのできないものである。そしてフレーゲによれば、論理法則もこれと同様のものである。しかしこうした公理や定理は、その意味が既に確立されていない固有名や概念語、関係語または関数記号を含んでいてはならない（GLG [1903] SS.319-320）<sup>5</sup>。それでは、固有名や概念語、関係語または関数記号はどのようにして公理や定理において使用できるのか。それは定義すること、すなわち語あるいは記号の意味の約定によって可能となると言える。定義不可能な語や記号によって定義することで、派生的な語や記号は意味を獲得する。この点で、定義は「意味の約定」であるから、公理（的命題）や定理から区別される（GLG [1903] SS.319-320）。形式上では最も原初的な真理であるように思われたとしても、フレーゲにとっての定義は名目的なもので、「多様な内容を簡潔な語ないし記号にとりまとめ、そうすることによって、その内容を扱いやすくする手段にすぎない」（GLG [1903] S.320）のである。

そのような定義が重要なのは、定義が科学の体系における一つの構成要素だからである。ある記号（語）について定義的取り決めが行なわれ、その定義が受け入れられると、その記号（語）は直ちに一般的に意味が知られているものとなる。数学の体系の内では、どの記号（語）も、その記号（語）がどのようなものであるかが定義されるよりも前に登場することはない。それ故、数学の体系にとっては、全ての定義は命名として捉えられうるのである。定義によって意味を確定されることのない語は、数学において無意味だと言えるのである（GLG [1906] S.303）<sup>6</sup>。

以上のように、定義は公理の構成にとって重要な役割を持つ。定義によって語や記号に意味が与えられることで、その定義を用いて自明な命題をつくることが可能となるからである。定義に対して、根本命題や定理と呼ばれるものは、「何かを主張」し、根本命題とは公理を表現するものである（GLG [1906] S.294、原註2、訳註\*6）。

以上で説明したような、原初的論理的真理としての公理から論理的に推論を展開し、客観的に算術的命題を正当化するという、つまり算術的真理にいたる推論が論理法則に基づくということがフレーゲの論理主義である。

## 2. フレーゲが斥けようとしたもの

フレーゲは、論理主義から以下のような立場を斥けている。

### (1) 幾何学

幾何学的真理と算術的真理はどちらもアプリアリであるが、幾何学は作図という空間直観に基づいているがゆえに論理法則のみに還元することが不可能である。直観は論理的に証明できるものではないので、すなわち論理主義的アプローチでは幾何学的真理には依拠しない。また、言い換えれば、論理的に正当化するべきものに、幾何学のように直観に基づく公理を用いてはならないのである（GLG [1903] S.322）。

### (2) 心理主義

フレーゲは、「心理的なものを論理的なものから、主観的なものを客観的なものから、明確に分離しなければならない」（GLA X）と主張する。算術的真理は、心理的な要素であるイメージや印象（フレーゲは一括して「表象 *Vorstellung*」という。この語については後述する）、あるいは想像の産物や虚構などからは導き出されえない。しかしフレーゲは、単純に表象というものを否認しているのではない。数学において、表象によって数が人間の内面から生まれるということ、算術の法則を心理的な法則であるという考え方を否定するのである。それは勿論、算術が客観的であり、またそうあるべきだからである（GLG [1906] S.303）。この、算術が客観的でなくてはならないという事柄については、後述する。

### (3) 集合、あるいは集積

また、算術的命題が表すのは感覚的に知覚可能なもの、観察可能なものの集まりではない。観測者

が不在であるということは、観測されている当の事物には無関係である。また、当時の数学者が用いたものの集まりとしての「集合 (Menge)」という表現を、フレーゲは論理学で通常用いられている「概念」で置き換えた。「集合」という表現による誤解を避けるためである。そのような表現を用いると、「数自体がものの堆積や集合体または少なくとも堆積の性質である」と解してしまい、「数えることを集合体的思考と見なしてしまう」(「算術の形式理論について」S.96)<sup>7</sup>からである。しかし算術の対象はこのように集合体としての事物ではなく、「感覚する、直感する、表象する、以前の感覚の記憶から内的映像を描き出す、という我々の作用からの独立性」(GLA S.36)を持つものなのである。

#### (4) 形式主義

更にフレーゲは、形式主義のように数を単なる記号とし、算術の法則を演算という遊びのルールとするのでもない。しかし形式理論においては、数や記号は空なものであり、内容は全くないとされる。しかしその記号が意味することが一体何であるのかという問いの答えは、定義によって説明されるというのである(「算術の形式理論について」SS.97-98)。しかしながら、定義にのみ頼るのも問題であろう。その時間問題になっている当の記号にどのような意味を与えようともそれは定義する人の任意である。それゆえその各人の選択に従って、記号の内容は定義それぞれに異なる性質を持つことになってしまいかねない。それなら数学者は、定義によって、全く想像もできなかったような性質を勝手に創り上げることが可能になり、自らが創り出した事柄について研究をすることになる。だが「我々の定義によって事物が以前の性質を捨て去ったり、新たな性質を受け入れたりはしない」(「算術の形式理論について」SS.98-99)のである。

しかし誤解を招かぬように述べておかなくてはならないが、フレーゲはある種の形式理論を認めている。フレーゲが主張するような、算術的真理を少数の公理のみから論理的に導き出すということもまた形式理論の一つだからである。彼が作り上げた表記法、つまり概念記法 Begriffsschrift (概念記法については後述する)から記号の意味を取り去ってしまえば、ただの計算ゲームになる。しかし概念記法は意味・内容を表した上で、厳密に論証するための論理なのである(「算術の形式理論について」SS.94-95)。

### 3. フレーゲの論理主義

#### (1) 概念記法を創り出した理由

前節までのように、フレーゲは算術の証明や正当化から、心理主義や直観主義、経験主義などを一切排除しようとした。幾つかの原初的真理から多くの命題を導き出せるとするのが妥当だと考え、論理学によってのみ算術的命題の正当化が可能であると証明しようと計画した。

その計画の妨げとなったのは、当時の論理学がフレーゲにとって十分なものではなかったことである。それまでの表記法は、フレーゲが認めなかった意味での形式主義であった。確かに「記号がなけ

れば、われわれが概念的に思考することはほとんどない」が、記号を用いて「実際に表記するのは、もはや個々の事物ではなく、それらに共通なもの、すなわち、概念」であり、そして概念とは、「それを表記することによって、はじめて獲得されるもの」である（「概念記法の科学的正当化について」S.49）<sup>8</sup>。こうして、記号を形式的に表すだけでなく、記号の意味・内容をもったまま的確に表現するために、フレーゲは、論理学のための独自の表記法を造り出す必要が生じた。それが概念記法 *Begriffsschrift* である。この概念記法について、算術的命題を厳密に証明するための表記法であるということから、「一つの特定の科学的目的のために考案された補助手段」（BS S.5）であるとフレーゲは述べている。算術には算術の表記法（数字や、加減乗除、等号・不等号などの記号）があるが、それだけでは説明できていないことについて、概念記法による説明を行なおうということである。

## （2）概念記法

この概念記法で基本となる記号、そしてその意味するものについて、簡単ではあるが以下に説明していこう。

まずフレーゲの概念記法における判断は、

┆—A

と表される。しかしこれは一つの記号のみで表記されているのではない。

| —A

というように、二つの部分に分離することができるのである。二つの部分はフレーゲによると以下のように表される。

（1）「肯定」：「垂直線—判断線 *Urteilsstrich*」‘┆’によって表現される

（2）「判断可能な内容 *beurteilbarer Inhalt*」：「水平線—内容線 *Inhaltsstrich*」‘—’と文Aの複合表現‘—A’によって表現される（BS SS.2-3）。

つまり、判断全体を‘┆’と‘—A’に分析することで、「判断可能な内容」‘—A’を取り出す。この内容線に続く記号は、「常に判断可能な内容をもたなければならない」（BS S.3）。判断線を伴わないものは判断を下されておらず、従ってその判断可能な内容は真理を承認するか否かを明示していないことになる。それゆえ、‘—A’は「——ということ」あるいは「——という命題」という表現で換言可能になる（BS S.2）。ここで現れる「判断可能な内容」については、後述する。

上記の他には条件法（ $\rightarrow$ ：if-then、～ならば、～）を表すために、内容線と内容線とを結ぶ垂直な線「条件線 *Bedeingungsstrich*」と、否定（ $\neg$ ：not、～でない）を表すために内容線の下側に付される「一本の小さい垂直線」、「否定線 *Verneinungsstrich*」を用いた（BS S.10）。

続いて相等性である。相等性については重要な考察がされている。それは、「一体何について相等性を述べているのか」ということである。1892年に記されることになる論文「意義と意味について」<sup>9</sup>で詳しく述べられることの一部を、既に『概念記法』に見ることができる。

さて、これまで見てきた条件法や否定は、内容ではなく、記号という広義の意味での名前に関する

事柄である。その記号というのは、単に内容を表す名前なのであって、内容そのものについて述べたものではない。しかし相等性は内容に関わることであるが故に、重要な事柄を表すことになる。それはすなわち、相等性の表現は、二つの名前が同じ内容を持っているということを示しているということであり、同じ内容について各人が異なる記号を用いる可能性と、同じ記号が時にはその記号の内容を、またある時には記号自身を表すことになる、とも述べている (BS S.14)。

その相等性は‘ $\equiv$ ’を用いて表現され、相等性判断は、

┆ (A  $\equiv$  B)

となる。そして、これもまた重要なことであるが、相等性の記号を導入することは記号Aと記号Bが同じ概念内容を持ち、その結果、Aの代りにどんな所でもBを代入することができるし、その逆もまた同様であることを表現可能にするのである (BS S.15)。「概念内容」とフレーゲが呼ぶのは、後に導入される意味 *Bedeutung* につながるものである。この点に関しては後述することとする。

そして、次のような事柄も導入する。それは、主語－述語分析に代わって「関数論的分析」と名付けられうるものである。やはり後に述べるので、ここでは簡潔にしておこう。関数論的分析とは、一つの表現（その表現の内容として、判断可能なもののみを考察する必要はないが）を定常的な部分と可変的な部分とに分け、定常的な部分を関数とし、可変的な部分をその関数の項とすることである。関数と項とを分ける際に注意すべきことは、「同じ概念内容をあれこれの項の関数として解釈するそのさまざまな仕方は、関数と項が完全に定まっている限り、われわれにとって少しも重要性をもたない」 (BS S.17) ということである。つまり、関数と項は多様に把握できるのである。

更に一般性について述べている箇所、ドイツ文字と（丸括弧を九十度回転させたような）くぼみとの組み合わせをもって、現在の束縛変項 (bound variable) と普遍量化記号  $\forall$  にあたる表記を導入している。このドイツ文字とくぼみの組み合わせ（現在の表記法では‘ $\forall x$ ’にあたる）が表す普遍性には作用領域があり、フレーゲはそれを次のように定めている。

「すなわち、くぼみは、文字によって示されている一般性に関わる範囲を定める。その作用範囲の内部においてのみドイツ文字はその意味を保持するにすぎない。つまり、一つの判断において、同じドイツ文字はさまざまな作用範囲の中に現れることができるし、しかも、たとえば一つの作用範囲においてそれに与えられる意味が残りの作用範囲へ及ぶことはない (BS S.20)。」

従って、異なるドイツ文字の普遍性について表記するためには、それに対応して別のドイツ文字を用いる必要がある。以上のことによって、普遍性と束縛変項を規定している。

また、以前から用いられていた論理学の表記法、あるいは算術で一般的に用いられる式言語にはない見通しやすさが概念記法にはある。それは、一行につき一つの判断可能な内容のみが左から右に向かっていて、そして前提から結論への推論の過程は線をもって、上から下へと展開されることによる。二次元的な広がりをもって表記することで、どこからどのように関係しているのかが判りやすくなるのである。確かに一般的な数学における表記も上から下に向かって推論が展開していくのだが、

単独の文字に長大な式をまるごと代入しようとすると、非常に見通しが悪くなる (BL S.51)<sup>10</sup>。フレーゲの概念記法の場合には一行にひとつの判断可能な内容のみが表されているので、この点は解決できるのである。

### (3) 表記であること

ところで、フレーゲは表記であるということにこだわった。記された言葉が話された言葉より持続性という点で優れており、表記された言葉を用いることで、「思考の脈絡が変わってしまうかもしれないという恐れを抱かずに、何度もそれを概観することができ」（「概念記法の科学的正当化について」 S.51）、そのように明記することで、正当化の妥当性が話し言葉より一層見通しやすくなるためである。それは音声と比較することで明らかになる。話し言葉は柔軟で、色々な方向へ発展する可能性を持っている。しかしその有用性は、論理的推論には無関係である。かえって、的確な推論をするには妨げになることがある。しかし表記にはそのような恐れがない。記された記号の内容は気分には左右されない。

そして更なる利点は、「より大きな持続性と不変性」（「概念記法の科学的正当化について」 S.53）である。紙面で二次元的に展開されている表記は時間軸に従った音声とは異なり、表している内容がどのような関係にあるかを明示的にすることが可能であり、それを表した本人以外の者にも検証が可能なのである。

### (4) 日常言語の不完全さ

目に見える何かあるものについて、感覚的に、あるいは個人に左右される表記ではなく、抽象的な思考や思考方法といった一般性を表すことができるということが、純粋に論理的な証明のための表記に必要なことである。概念記法はその要件を満たしている。そして、フレーゲが自らの概念記法に課した次の事柄が、彼の姿勢を最もよく表すものであろう。論理的な関係、すなわち論理的に厳密な推論について簡潔な表現方法をもっているものが、真の意味での概念記法である。そしてその表現法において基礎となる記号の数は必要最低限のものに限られ、その表記法は誰にでも容易く、かつ確実に習得できるものでなければならない、とフレーゲは考えた。そしてやはり、このような表記法は形式主義的なものではなく、意味や内容との密接な関わりをもつものでなくてはならないのである（「概念記法の科学的正当化について」 S.54-55）。

日常言語が、推論連鎖に厳格であろうとすることに不向きであるのは、日常言語には知らず知らずの内に直観的なものが入り込む危険性があるからである。日常言語を用いて推論連鎖を表そうとすると、複雑な関係になるほど、正確さを欠いてしまう (BS IV)。その点でいえば、概念記法は日常言語とは明らかに異なっている。そしてその使用目的が、いかに推論を見通しやすく表記するかということに限られているがゆえに、フレーゲの目的である「一連の推理の妥当性を最も信頼できる仕方では吟味し、かつ気付かれずに入り込むあらゆる前提を明らかにするのに役立つ」ち、「これらの前提の源を調べることができる」 (BS IV) ののである。

## II. 判断すること

フレーゲにとって認識活動は以下の手順を踏むことで行なわれる。

問題提起

↓

真と見なすこと（主観的確信・想定・仮説）

↓

その正当化（検証）＝推論

結論を真だと承認すること＝判断

### 1. 判断

#### (1) 判断の優位性

さて、フレーゲの論理学についての理解が独自であるのは、伝統的な論理学のように「個体を主語とし、すでにあらかじめつくられた概念を述語として、それらを一つにあわせて判断を生み出すのではなく、逆に判断可能な内容を分解して概念を手に入れる」点である（BL SS.17-18）。ここで、前章で簡単に説明したような概念記法による表現が重要になる。

$\vdash A$

という表現によって ' $\vdash A$ ' が真であるとみなされている。この場合問題となるのは、判断 ' $\vdash A$ ' を起点として、' $\vdash$ ' と ' $A$ ' とに分析し、そして ' $\vdash A$ ' を分析することにより、判断可能な内容 ' $A$ ' を伴う表現 ' $\vdash$ ' を獲得する点である。

算術の正当化が分析的であったフレーゲは、このようにすることで、分析することの有用性を表していると考えても良いだろう。それは、個々の構成要素がどのように獲得されるのか、そしてそれぞれの構成要素がどのように関係しているかを規定することにもなる。原子論的に構成しようとする人々が基礎としている事柄こそ、どのようにしてそれを得られたのか、どのようにしてそれが基礎であると言えるのか、厳密に正当化されねばならないのである。フレーゲはそのような問題を解決するために、原子論的な方法ではなく、判断という分子的全体から部分へと分析する方法を採用した。

#### (2) 関数論的分析

勿論、一度構成要素まで分析されれば、その構成要素の「合成」によって多様な表現が可能になり、結局多様な判断がなされることにもなる。そのような事態を可能とするのは、前章で述べた関数論的分析である。例えば、判断可能な内容を表す表現 ' $\vdash A$ ' のうち ' $A$ ' の箇所を、空所を表す ' $( )$ ' で置き換えてみる。すると ' $\vdash ( )$ ' が得られるわけだが、この括弧にどのような表現を入れるかでその判断可能な内容としての全体も変わってくる。代入する表現は肯定的でも否定的でも構わない。また、' $\vdash A$ ' ではなくもっと複雑な内容を関数的に分析するとしても、それは変わらないのである。

ここで重要なことは、括弧で表されるような、異なったものを代入できる場所には、広義の意味で

の名前（命題を何らかの文字や記号一つで表す場合、それを固有名や名前などと言うことは可能である）以外に関数表現そのものも代入されうるということである。その場合、関数の空所に名前を代入することを第一階、関数を代入することは第二階とする。このように関数論的に分析することで、有限個の語から無限とも言える表現を獲得することができると言える。

## 2. 推論の根拠

推論の根拠となる公理として、フレイゲはどのようなものを考えていたのだろうか。具体的には、『概念記法』の第II章でフレイゲは高階述語論理の公理を提出する（括弧付きの番号は命題名）。

- 命題論理体系： (1)  $\vdash a \rightarrow [b \rightarrow a]$   
 (2)  $\vdash [c \rightarrow [b \rightarrow a]] \rightarrow [[c \rightarrow b] \rightarrow [c \rightarrow a]]$   
 (8)  $\vdash [d \rightarrow [b \rightarrow a]] \rightarrow [b \rightarrow [d \rightarrow a]]$   
 (28)  $\vdash [b \rightarrow a] \rightarrow [\neg a \rightarrow \neg b]$  [対偶]  
 (31)  $\vdash \neg \neg a \rightarrow a$  [二重否定式] (41)  $\vdash a \rightarrow \neg \neg a$  [同]

- 相等性に関わる公理： (52)  $\vdash (c \equiv d) \rightarrow [f(c) \rightarrow f(d)]$  [代入則]  
 (54)  $\vdash c \equiv c$

くぼみ [量化 (普遍例化UI)] に関わる (潜在的には高階の) 述語論理の公理：

- (58)  $\vdash \forall a f(a) \rightarrow f(c)$ , [UI]

(『概念記法』では勿論概念記法で表されているが、ここでは簡単のために現在の標準的な表記を用いている。また、上記の公理・公理の分類は『フレイゲ入門』pp.83-84から引用させていただいた)<sup>11</sup>

このように見ると判ることだが、フレイゲの論理では、「ならば」「でない (否定)」「相等性」「 $\forall$  (すべての)」という必要最低限の記号のみが用いられている。

しかしフレイゲ自身は、これ以外の公理の可能性を認めている。概念記法によって、思考法則のすべてが明らかにされているわけではない。今は未知であっても、のちに発見されるような思考法則があるかもしれないからである。しかし、フレイゲの主張したような少数の原初的真理に遡及する方式を用いれば、それらの新しい公理の導出も容易になるだろうことを示唆している (BS S.26)。

さて、数についてのフレイゲの主張によると、「各々の個別の数は自存的対象である」(GLA S.67)。GLA第IV部基数概念において、個別の数と一般的な基数概念の定義をする。それは勿論、フレイゲの最初の問題が、数学において自明とされる事柄がどのように基礎付けられるかに置かれていたことによる。数学では自明とされるゼロや1、基数概念は論理学によってどのように表されるのだろうか。

まず「ある概念に数0が帰属するのは、いかなる対象もその下に属さない」とする。ここから、「ある概念に数0が帰属するのは、aが何であれ一般的に、aはこの概念の下に属さない」という命題へ定式化される (GLA §55, 同原註1)。

次に「ある概念Fに数1が帰属するのは、aが何であれ一般的に、aはFの下に属さないという命題が成り立つとは限らず、かつ、命題「aはFの下に属する」と「bはFの下に属する」から、aとbは同一だということが一般的に帰結する」である（GLA § 55, 同原註2）。

そして基数概念、つまりある数の直後に続く数についての定義である。「概念Fに数(n+1)が帰属するのは、ある対象aが存在して、aはFの下に属し、かつ、「Fの下に属するが、しかしaではない」という概念に数nが帰属する」である。（GLA § 55, 同原註3）。これは「後続する」という概念を表すものである。

以上のゼロや1、後続関係の定式化は、語・記号の定義を必要とした、公理体系に基づく論理学という姿勢を貫くものと言えるのではなからうか。確かにこのように定義しても、数表現や数詞は述語表現の一部でしかないのだが、「個別の数は、まさにそれが言明の一部分しか成さないことによって、自存的対象として」現れる（GLA § 57）。

このように数学にとって基礎となる事柄を論理的に定義することが、隙間のない推論のためには不可欠なのである。

### 3. 真であること

判断する際に肯定か否定かが判断をされる内容を、フレーゲは「判断可能な内容」と呼ぶ（L [II] S.8）<sup>12</sup>。この「判断可能な内容」と名付けられたものに関して、詳しくは後に述べる。ここでは、その真偽の判断を下されるものを、『概念記法』の中でフレーゲが「判断可能な内容」と表していること、L [I] においては「判断可能な内容とは、……内的な出来事の結果でもなければ、人間の精神活動の産物でもなく、何か客観的なもの、……すべての理性的存在者・それを把握する能力を持つすべての者に対して精確に同じもの」（L [II] S.7）と言っていること、やがて「思想 *Gedanke*」と呼ばれるようになる文の内容である、ということに留めたい。そして、以後では「思想」という語でそれを表すこととする。

#### （1）真偽二値の原理

フレーゲにおける真偽判断の決定的な言葉を以下に示す。「論理学において妥当するのは、どの思想も真であるか偽であるかであって、第三の途はない（*tertium non datur*）」（U S.214）<sup>13</sup>また別の論文においても同様の言い回しを用いて、「伝説や虚構は度外視し、科学的意味での真理が問題となるような場合だけを考察するとすれば、我々ほどの思想も真かまたは偽であって、第三の途はない（*tertium non datur*）」（EL S.202）<sup>14</sup>ということが可能であると述べている。「第三の途」とは、不定というようなことである。従って今日は真だが明日は偽であるという時間によって変化するものや、「半分真であるものは、真ではない」（G S.60）<sup>15</sup>。

#### （2）「…は真である」という語

「真」という語において理解すべきことは、「真理とは、さらに単純なものへと還元することは不可

能なほど原初的で単純なもの」(L [II] S.140)<sup>16</sup>だということであり、定義によって明確にされるものではないということである。「真であるものは、我々の承認からは独立に真」(L [I] S.2)であるために、何か「真である」と言われるときには、述語であるとしても、他の述語とは区別しなければならない。我々が何かある思想を「真である」と思う、あるいは信じることによって思想が「真」となるのではなく、「そのものがそれ自体真でないなら、私にとっても真ではない」(L [II] S.143)。

### (3) 「真」の意味

前に述べたように、主張文という形式のうちに「真である」という語が含まれているとするならば、「真理という性質を思想に添加することによっては、当の思想には何も付加されないように見える」(G S.61)。それでは、ほとんどの真理論が許容するような、「文Aの表す思想は真である」の思想は、「文Aの表す思想」と同一である」のような「同値テーゼ」に尽きると考えたのか？あるいは「文Aの表す思想は真である」という場合、「真である」はいつでも消去可能(真理余剰説)であると考えたのか(『フレーゲ入門』p.159)？

まず、フレーゲが否定した対応説としての「同値テーゼ」に関して述べよう。「真」という語が述語のように現れることは先に述べた。しかし、例えば表象(我々が何かある語、状態を聞いた際に思い浮かべる主観的なイメージのようなもの)について真か偽かを述べようとしても困難なことである。表象が主観的なものである限り、それらが完全に現実的なものと対応しているという主張は、主観的な領域を言えるものではないからである。こうして対応説としての「同値テーゼ」は却下される。

それでは、真理余剰説に加担したのか？ 答えは否である。この理由についてフレーゲは、『論理学上の私の基本的洞察』<sup>17</sup>で述べている。ここで注目すべきは、「真である」が消去可能であることではなく、「すなわち、「真」という語は、それが述語として現れる全体の文の意義に、いかなる貢献もしないような意義をもつ」(E S.272)ということである。「主張は「真」という語の中にはなく、……従って、「真」という語はそもそもいかなる意義ももたないのだ、と考えるかもしれない。しかしもしそうなら、「真」が述語として現れるような文にもまたいかなる意義ももたないことに」(E SS.271-272)なるだろうからである。こうして、「真」という語が日常言語で用いられているような述語とは異なった意義をもつとすることで「真である」が余剰であるという可能性を否定した。

それでは、フレーゲはどのように解答しているのか。それは、同一性である。つまり、「同値テーゼ」: 「文Aの表す思想は真である」の思想は、「文Aの表す思想」と同一である」を変化させ、「Aが真である=A [—A=A]」となるのである。ここで現れる‘A’は文Aのことだが、‘A’は真理値名であるとされる。真理値名とは文Aの意味である真理値につけられた名前のことである。このことから、「真である」という表現の意味は、水平線—内容線の表す関数(水平線と文Aの複合表現)、文Aの真理値から当の同じ真理値へと写像する特異な真理関数として解することができるのである。この「真」「真である」ということについては、次章で「思想」とともに詳しく見ていこう。

### Ⅲ. 判断の内容

#### 1. 思想

##### (1) 判断可能な内容

『概念記法』において、フレーゲは、肯定か否定かという判断がなされるものを「判断可能な内容」と呼んだ。判断可能な内容は、概念記法では水平線を伴って‘一A’と表される。この‘A’には命題が代入されねばならない。何故ならば、‘A’に「家」や「人間」などという語が代入されたとしても、フレーゲの言う判断がなされることができないからである。

フレーゲの考える「判断可能な内容」という語で表されるものは、客観的な何か、つまり「内的な出来事の結果でもなければ、人間の精神活動の産物でもなく、……すべての理性的存在者・それを把握する能力を持つすべての者に対して精確に同じもの」(L [I] S.7) である。そして、肯定的な事柄だけではなく、否定的な事柄をも含む。「肯定する」あるいは「否定する」と言うことは、何者かが「いずれであるかを判断する」という行為だが、「肯定」や「否定」というのは判断可能な内容の特性とも言うべきものであろう。そして、ある真なる判断可能な内容には、当然の如く、それに反するような偽なる判断可能な内容があり、それは「一方を却下することと他方を承認することは、同一の事柄」(L [I] S.8) である。

「判断可能な内容」と表されたものは、後に「思想 *Gedenke*」と「真理値 *Wahrheitswert*」とに分けられた上で置き換えられるようになる。それは、記号の意義 *Sinn* と意味 *Bedeutung* とを区別する必要が生じたためである（意義と意味については後述する）。

##### (2) 思想

「真であるものは、我々の承認からは独立に真」(L [I] S.4) である。そして「論理学の対象は非感性的なものであり、この点でも心理学の対象と同様なのであって、自然科学の対象とは対置」(L [I] S.3) されるとフレーゲは述べる。形式主義的に数を記号とだけ捉えるのではなく、数字や数詞によって表されるものは「非感性的な種類のもの」(GGA XIII)<sup>18</sup>であり、そうした語を含む文の表現するものを「思想 *Gedanke*」と名付けている。それ自体では非感性的である思想が、文という形式を伴うことで我々にも知覚可能になる。

思想は非感性的なものであるが故に、全ての感性的なもの、あるいは知覚可能なものからは区別される。「真理はある特定の種類の感覚印象に対応する性質ではない」(G S.60) からである。

思想の獲得方法は「把握する」という語によって表現するのが適当である。「思想の把握ということに対しては、ある特別の精神的な能力、思考力が対応」(G S.74) しているのだが、特別の能力とは、思考する際に我々自身が思想を創造するのではなくて、それを把握する能力のことである。

そしてフレーゲは、思想が我々の承認からも、我々が「その思想について考えているかどうかということ」からもまた独立だとしている。我々が考えたことがない事柄も、真理である可能性がある。

思想は我々の真偽判断から独立しているということから、偽であるものも真であるものと同様に思想と見なした。

また、判断することなしに思想を表現することについて、フレーゲは以下のようにまとめている。何かを主張する文においては、「それを評価することなしに、一つの思想を表現することが可能なのである。……かくて我々は次のような区別をする。

- 1、思想を把握すること——思考すること、
- 2、思想の真理性の承認——判断すること、
- 3、この判断の表明——主張すること。」(G S.62)

### (3) 真理値

次に真理値 *Wahrheitswert* を見ていこう。

例えば、 $x^2 = 4$  という関数表現があるとすると、この内の項表現  $x$  に 2 や  $(1 + 1)$ 、1 や 3 などを代入すれば、形式として等式が成立する。このような場合、 $2^2 = 4$  と  $(1 + 1)^2 = 4$  は真なる思想の表現であり、 $1^2 = 4$  と  $3^2 = 4$  は偽なる思想の表現であるが、その真偽に関わらず思想は表現可能である。それでは、ここでの真・偽とは一体何を指すのか。この真・偽ということが、真理値である。それは文や式等の真または偽のことである。真なる思想の表現は真なる真理値を意味しているので、フレーゲによれば、真である真理値を  $2^2 = 4$  や  $(1 + 1)^2 = 4$  の「意味 *Bedeutung*」と呼ぶことができる。また同様に、偽なる思想の表現は偽である真理値を意味し、 $1^2 = 4$  や  $3^2 = 4$  の「意味 *Bedeutung*」と呼ぶことが可能である。この真理値には、真か偽かという二つしかない(真偽二値の原理)。

それでは、同じく数 4 を意味しているのにも関わらず、 $2^2$ 、 $4$ 、 $(1 + 1)^2$  とでは表され方が異なることについてどのように説明するのか？フレーゲはこの相違を「意義 *Sinn*」と名付けた。そしてこのような表現のことを真理値の「名前 *Name*」とし、真理値の名前の意義を「思想」と呼ぶことにした(GGA § 2)。

このように、「判断可能な内容」と一括して呼んでいたものを「真理値」と「思想」とに分割することによって、真理そのもの(真理値)と真理の表現(思想)の意義と意味とを区別することができるようになったのである。

## 2. 文の意味・意義

フレーゲにおいては、文の意味は真理値に重ねられる。「文の真理値とは、その文が真であったり偽であったりするという事情」であり、そして真または偽以外の真理値はない。その一方の真であることを「真(*das Wahre*)」、他方の偽であることを「偽(*das Falsche*)」とフレーゲは名付けた(SB S.34)。文の意味である「文の真理値は、別の意義をもちつつも同じ意味をもつ表現で、その文の一部を置き換えたときも不変でなければならない」(SB S.35)のである(真理保存的置換原理)。文中に現れる対

象の与えられ方によってその真偽を左右されないこと、つまり文中の「一つの表現を同意味的な表現で置き換えても変化しない」(SB S.36)ということが、真理値を文の意味と重ねる理由である。

文の意味を真理値であるとしたが、では文の意義とは一体どのようなものであろうか。

例えば、「明けの明星は、太陽によって照らされる天体である。」と「宵の明星は太陽によって照らされる天体である。」という二つの文に用いられる表現方法は異なる。宵の明星しか知らない人は、一方を真とし、もう一方を偽とするだろう。それは、二つの異なる名前が同一の対象を表す表現だということを認識していないためである。「宵の明星」という表現が金星という対象を意味し、その金星が太陽に照らされる天体であると知っていても、「明けの明星」が金星を表す別の表現だと知らなければ、上記の二つの文が同一のことについて述べているとは判断できないだろう。ここから読み取れることは、文の真偽を判断するための内容が、その文の中に現れる対象の表現方法、あるいは与えられ方によって異なるという点である。二つの例文が述べていること、つまり意味(真理値)は、同一であり、異なっているのは、その表現方法や意味(真理値)の与えられ方である。

それ故、文の意義は先に述べた思想と重ねることができる。上記の例文は、どちらも真偽の判断なしに文としての表現が可能なものである。真理値は同じでありながら与えられ方が異なるのは、思想と同様であるから、日常語の文についての意義には思想を重ねられうる。

### 3. 固有名の意味・意義

#### (1) 固有名

フレーゲは、「意義と意味について」において、名前や記号というものについて次のように述べている。日常的に我々が「記号 (Zeichen)」や「名前 (Name)」として理解しているものが固有名 (Eigennamen) の役割を果たす何らかの表記手段であり、「その記号法の意味は特定の対象 (Gegenstand) (ただし、この語を最も広い意味において理解するとして)」(SB S.27) である。しかしそれは、われわれが一般的に固有名といって思い起こすものだけではない。「一つの個別的な対象を表示する記号が、複数の語、あるいは、その他の記号から構成されているということもありうる。したがって、簡単のためにそのような機能を果たす表記を一括して固有名と名づけ」(SB S.27) で良いだろうというのである。

#### (2) 固有名の意味・意義

フレーゲは文を関数的に分析すると先述した。関数的分析では、文中の構成部分について「不飽和な部分」と「完結／飽和した部分」との区別をする。そして不飽和な部分は概念名・概念語と呼び、飽和部分は固有名と呼ぶ (FB SS.6-7<sup>19</sup>、及びU SS.217-218)。ただフレーゲにおいて注目すべきは、上記のような完結した部分を表現するものが、我々が普段考えるような名前 (人名やものの名前など) や記号だけではなく、複数の語で構成されたもの、異なる記号によって構成されるものも含むことである。この場合でも、一つの対象を意味するのだとすれば、固有名として取り扱うことができるとい

うことである。固有名が表示する対象とは広義での名前によって表示された対象そのものであり、対象が固有名の意味である (SB S.27)。

では、異なる表記同士を等しいと認めるということはどうにして妥当だと判断されるのだろうか。ここで、意味 *Bedeutung* が重要な役割を持つようになる。例えば、‘ $a = a$ ’の場合のように同じ記号を二つ用いて等式を表現することと、‘ $a = b$ ’のように異なる記号を等式にすることは明かに違う。どのようなことに差異が生じているのか？もし‘ $a = a$ ’が正しいと仮定し、また‘ $a = b$ ’も正しいと仮定するならば、記号‘ $a$ ’と記号‘ $b$ ’の意味である対象は同一である。異なっているのはその対象の表れ方、「表示されたものの与えられる仕方 (*die Art des Gegebenseins des Bezeichnen*) の区別」(SB S.26)であり、その区別にそれぞれの記号が対応しているから‘ $a$ ’と‘ $b$ ’のように異なった記号になっている、というのである。こうしてフレーゲは、意味の他に意義を導入する。何らかの記号が意味する対象そのものは意味であり、他方、表示されたものの与えられる仕方を含み、対象と記号の間に位置するものが、意義である。

#### 4. 表象

固有名の意味は、我々が記号や語によって表された何らかの対象について持つ感覚印象や、思い浮かべたイメージなどとは異なる。ある記号によって何か対象を名指すことで、我々はその対象を思い浮かべ得る。この内的なものが表象であり、表象は個人によってのみ把握されるものなので、主観的なものである。人間に感覚的なものや主観があるということは、認めざるをえない。そのような内的・心的世界に属するようなものの簡潔な表現として、「決心は例外として」フレーゲは「表象」という語を用いたのである (G p.66)。ある対象を表示する記号に対して我々がもつ表象は、個人の感覚的な印象や外的要因によってつくられる、極めて主観的で「内的な像 (*Bild*)」(SB p.29)である。そのため他人は勿論のこと、その表象を持った本人の中ですえ、同じ記号に対して常に同じ表象を持っているとは言えない。それゆえ、他者の内的出来事が直接的に知覚されることはなく、ただその出来事が実際に物理的にどのように現れるのかということからのみ知覚可能になる。このように表象は主観的である (個人によって異なる) がために、対象そのもの (ただ一つだと特定できるもの) ではない。また、対象と表象という「両者の間に意義が位置する。意義は、表象のように主観的ではないが、他方、対象そのものでもない」(SB S.30)。表示されたものの与えられた仕方を含む固有名の意義は、「その固有名が属する言語もしくは表記法の全体に十分に通暁しているすべての人によって把握され」(SB S.27)るものであるが、各個人の独自なものではなく、「多数の人の共有物でありうる」(SB S.29)。このような共有性から、意義も、表象という主観的なものとは区別されるのだとフレーゲは主張する。そしてまた思想も、意義と同様に表象からは区別されるのである。

## 5. 不飽和な部分の意味・意義

文表現において、不飽和な部分は概念名・概念語であると先に述べた。概念名・概念語とは概念や関係を表すものである。そしてその概念名・概念語の意味とは、概念、すなわち「その値が常に一つの真理値であるような関数」(FB S.15)である。

ところで、フレーゲは、文中に現れる語は単独で意味を求めるべきではない「文脈原理 Satzzusammenhangstheese」を主張する。それは「常に、完全な命題を念頭に置かなければならない。その中でのみ、語は本来、意味を持つ」ということである (GLA S.71)。

しかしその場合に重要なことは、意義を持ちえない表現、つまり不完全な文であってはならないということである。故に、意味というより、むしろ意義に関する文脈原理と言うべきだろう。真なる命題、文は、真理値が真であるようなことについての一つの意義を持ち、一つの思想を表す。すなわち思想とは、「どのような条件のもとでその名前が真を意味するかが確定される」(GGA § 32) かという真理条件なのである<sup>20</sup>。また、真理値名を構成する(語あるいは合成語といった)名前は、「思想を表現するのに貢献するのである。そして個々の名前の貢献 (Beitrag) がその意義」(GGA § 32) である。そのような名前の「意義は後者 [真理値の名前] が表現する思想の部分」(GGA § 32) だとフレーゲは主張する。

## 結びに代えて

ある対象の与えられ方を含む意義 Sinn を介して、意味 Bedeutung を表示することができるのだが、一つの意味に対応する意義は一つだけではない。そのことにより、「 $\vdash 4 = 4$ 」という自己同一的判断から「 $\vdash 2^2 = 4$ 」や「 $\vdash (1 + 1)^2 = 4$ 」という拡張的判断に到ったと考えられる。前者は自明だが、後者の拡張的判断には正当化や形式的な証明が必要である。証明されることによって拡張的判断は正しいと認められ、そこで初めて認識が拡張される。ある対象について既知の観点からの認識のみではなく、異なった視点からの認識を加えることによって、認識の拡張を可能にするということが意義の認識論的な意味ではなからうか。

算術的真理についてフレーゲが述べたことから、算術的真理の正当化は如何にして証明されうるのか？その根源はどのようなものなのか？ その方法の妥当性がどのように求められるのか？ そして、論理学や算術の哲学がどれほど有用であるのか？ という問題に対する解答が垣間見えるのではなからうか。あくまで客観的に推論されることで獲得されるということによって、心理主義や経験主義に拠ることなく認識するという可能性を示唆しているのではないか、と筆者は考える。概念記法によって、判断から原初的論理的真理へ推論する。そのことで、人間が一体どのようにして認識を獲得するのか、あるいは拡張するのか？ その認識は妥当であるのか？ という問題について考察することが可能になるだろうからである。

註（特に明記なき場合、引用頁数は原文による）

- 1) Immanuel Kant (篠田英雄訳)『純粹理性批判 *Kritik der reinen Vernunft* (KrVと略記)』[第一版 [A]: 1781、第二版 [B]: 1787] 岩波文庫『純粹理性批判 (上)』、2001 (第53版): 引用頁数はB2の如く原文二版による
- 2) Immanuel Kant (土岐邦夫・観山雪陽訳)『学問として現われうるであろうすべての将来の形而上学へのプロレゴメナ (序説) *Prolegomena zu einer jeden kuenftigen Metaphysik, die als Wissenschaft wird auftreten koennen*』[1783] 中央公論新社『プロレゴメナ 人倫の形而上学の基礎づけ』、2005年: 引用頁数は訳書による
- 3) Gottlob Frege (三平正明・土屋俊・野本和幸訳)『算術の基礎 *Die Grundlagen der Arithmetik. Eine logisch mathematische Untersuchung ueber den Begriff der Zahl* (GLAと略記)』[1884] 勁草書房、2001年 フレーゲ著作集2所収
- 4) Gottlob Frege (藤村龍雄訳)『概念記法 *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*. (BSと略記)』[1879] 勁草書房、1999年 フレーゲ著作集1所収
- 5) Gottlob Frege (田村祐三訳)「幾何学の基礎について [1903] *Ueber die Grundlagen der Geometrie* (GLGと略記)」[1903] 勁草書房、2001年 フレーゲ著作集5所収
- 6) Gottlob Frege (田村祐三訳)「幾何学の基礎について [1906] *Ueber die Grundlagen der Geometrie* (GLGと略記)」[1906] 勁草書房、2001年 フレーゲ著作集5所収
- 7) Gottlob Frege (渡辺大地訳)「算術の形式理論について *Ueber Formale Theorien der Arithmetik*」[1885] 勁草書房、2001年 フレーゲ著作集2所収
- 8) Gottlob Frege (藤村龍雄・大木島徹訳)「概念記法の科学的正当化について *Ueber die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift*」[1882] 勁草書房、1999年 フレーゲ著作集1所収
- 9) Gottlob Frege (土屋俊訳)「意義と意味について *Ueber Sinn und Bedeutung* (SBと略記)」[1892] 勁草書房、1999年 フレーゲ著作集4所収
- 10) Gottlob Frege (戸田山和久訳)「ブールの論理計算と概念記法 *Bools rechenende Logik und die Begriffsschrift* (BLと略記)」[1880-1881] 勁草書房、1999年 フレーゲ著作集1所収
- 11) 野本和幸 『フレーゲ入門 生涯と哲学の形成』 勁草書房、2003年
- 12) Gottlob Frege (大辻正晴訳)「論理学 [I] *Logik[I]* (L [I] と略記)」[1879~1891] 勁草書房、1999年 フレーゲ著作集4所収
- 13) Gottlob Frege (野本和幸訳)「私の論理的教説概観 *Kurze Uebersicht meiner logischen Lehren* (Uと略記)」[1906] 勁草書房、1999年 フレーゲ著作集4所収
- 14) Gottlob Frege (野本和幸訳)「論理学入門 *Einleitung in die Logik* (ELと略記)」[August1906] 勁草書房、1999年 フレーゲ著作集4所収
- 15) Gottlob Frege (野本和幸訳)「思想——論理探求 [I] *Der Gedanke —eine logische Untersuchung* (Gと略記)」[1918] 勁草書房、1999年 フレーゲ著作集4所収
- 16) Gottlob Frege (関口浩喜・大辻正晴訳)「論理学 [II] *Logik[II]* (L [II] と略記)」[1897] 勁草書房、1999年 フレーゲ著作集4所収
- 17) Gottlob Frege (野本和幸訳)「論理学上の私の基本的洞察 *Meine grundlegenden logischen Einsichten* (Eと略記)」[1915] 勁草書房、1999年 フレーゲ著作集4所収
- 18) Gottlob Frege (訳)『算術の基本法則 *Grundgesetze der Arithmetik* (GGAと略記)』Bd, I [1879], BdII [1903] 勁草書房、2000年 フレーゲ著作集3所収
- 19) Gottlob Frege (野本和幸訳)「関数と概念 *Funktion und Begriff* (FBと略記)」[1891] 勁草書房、1999年 フレーゲ著作集4所収
- 20) 「この箇所は、ウィトゲンシュタインによって、文の示す意義とはその文がいかなる条件の下で真となるかという真理条件 (Wahrheitsbedingung, truth condition) であり、文を知るとはその真理条件を理解することであるとあからさまに主張され」(GGA § 32 訳註\*1) ている。