

1 関数 $f(x) = x^2 - 6|x - 2|$ を考える。

- (1) $f(x)$ は $x =$ アイ のとき最小値 ウエオ をとる。
 (2) m を実数の定数とすると、直線 $y = x + m$ が $y = f(x)$ のグラフと共有点をもたないのは

$$m < -\frac{\text{カキク}}{\text{ケ}}$$

のときである。

- (3) 直線 $y = x + m$ が $y = f(x)$ のグラフと3つ以上の共有点をもつのは

$$\frac{\text{コサ}}{\text{シ}} \leq m \leq \text{ス}$$

のときである。

- (4) 直線 $y = x + m$ が $y = f(x)$ のグラフと4つの共有点をもつとき、それらの点の y 座標を左側の点から順に p, q, r, s とおく。 $|p| + |q| = |r| + |s|$ となるのは

$$m = \text{セソ} + \sqrt{\text{タチ}}$$

のときである。

2 8文字のアルファベット EINESTEIN の並べ替えを考える。

- (1) すべての並べ方は アイウエ 通りである。
 (2) 「EINS」という順の4文字からなる文字列を含む並べ方は オカキ 通りである。
 (3) 「EIN」という順の3文字からなる文字列が2回現れるような並べ方は クケ 通りである。
 (4) 「EIN」という順の3文字からなる文字列を含む並べ方は コサシ 通りである。

— 35 —

◇M6(668—119)

— 36 —

◇M6(668—120)

3 2つの放物線 $C_1: y = 2x^2$ と $C_2: y = -x^2 + 4x - 2$ を考える。

- (1) C_1 上の点 $(t, 2t^2)$ における接線の方程式は

$$y = \text{ア} tx - \text{イ} t^2$$

である。

- (2) この接線がもう1つの放物線 C_2 とも接するのは、 $t = \frac{\text{ウ}}{\text{エ}}$ または $t = \text{オ}$ のときで、

それぞれの場合の接線の方程式は $y = \frac{\text{カ}}{\text{キ}} x - \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$ および $y = \text{コ} x - \text{サ}$ である。

またこれら2本の接線は、点 $\left(\frac{\text{シ}}{\text{ス}}, \frac{\text{セ}}{\text{ソ}}\right)$ で交わる。

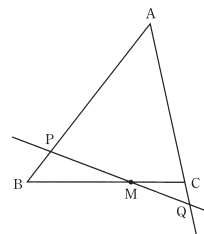
- (3) 放物線 C_1 は、(2)で求めた接線 $y = \frac{\text{カ}}{\text{キ}} x - \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$ と点 $\left(\frac{\text{タ}}{\text{チ}}, \frac{\text{ツ}}{\text{テ}}\right)$ で、また接線

$$y = \text{コ} x - \text{サ}$$

と点 $(\text{ト}, \text{ナ})$ で接する。

- (4) 放物線 C_1 と上の2本の接線とで囲まれる部分の面積は $\frac{\text{ニ}}{\text{ヌネ}}$ である。

4 $\triangle ABC$ において、辺 BC を2:1に内分する点を M 、ベクトル $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ とおく。また点 M を通る直線と辺 AB 、 AC もしくはその延長との交点をそれぞれ P 、 Q とおき、実数 p, q によって $\overrightarrow{AP} = p\vec{b}$ 、 $\overrightarrow{AQ} = q\vec{c}$ と表す。また $\angle A$ の大きさを A で表す。



- (1) $\overrightarrow{AM} = \frac{\vec{b} + \text{ア}\vec{c}}{\text{イ}}$ である。

- (2) $PM:MQ = t:1-t$ とおくと、
 $\overrightarrow{AM} = (1-t)\overrightarrow{AP} + t\overrightarrow{AQ}$
 と表されることから、
 $\frac{1}{p} + \frac{2}{q} = \text{ウ}$
 が成り立つ。

- (3) $\triangle ABC$ の面積は $\frac{1}{2} AB \cdot AC \sin A$ で求められ、 $\triangle APQ$ の面積も同様の方法で求められる。このことから、 M を通る直線を動かすとき、 $\triangle APQ$ の面積が最小になるのは

$$p = \frac{\text{エ}}{\text{オ}}, q = \frac{\text{カ}}{\text{キ}}$$

のときである。またこのとき、 $\triangle APQ$ の面積は $\triangle ABC$ の面積の $\frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$ 倍となる。

— 37 —

◇M6(668—121)

— 38 —

◇M6(668—122)

1 t を実数の定数として、直線 $y = -tx + (5 + 3t - t^2)$ を考える。

(1) この直線の方程式を t に関して整理すると

$$t^2 + \left(x - \boxed{\text{ア}}\right)t + y - \boxed{\text{イ}} = 0$$

となることから、 t を実数全体にわたって変化させるとき、この直線が通らない点の集合は不等式

$$y > \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}x^2 - \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}x + \frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

で表される領域である。

(2) 上の領域の境界を示す曲線を C と呼ぶ。このとき、点 $(0, 7)$ から C には 2 本の接線が引けるが、それらの方程式は

$$y = \boxed{\text{コ}}x + 7 \quad \text{または} \quad y = \boxed{\text{サン}}x + 7$$

である。

(3) 上の 2 本の接線と曲線 C によって囲まれた部分の面積は $\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

2 0 から 5 までの 6 つの数字を用いてできる 1 桁から 4 桁までの数を小さい順に並べる。すなわち

0, 1, 2, ..., 5, 10, 11, ..., 15, 20, 21, ..., 5555

のように並べる。このとき、

(1) 3 桁の数は $\boxed{\text{アイウ}}$ 個並ぶ。

(2) 全部で $\boxed{\text{エオカキ}}$ 個の数が並ぶ。

(3) 2015 は $\boxed{\text{クケコ}}$ 番目の数である。

(4) 1000 番目の数は $\boxed{\text{サシスセ}}$ である。

3 実数 x に対して関数

$$y = 16^x - 5 \times 4^x - 5 \times 4^{-x} + 16^{-x} + 9$$

を考える。

(1) $t = 4^x + 4^{-x}$ とおくと、 $x = \boxed{\text{ア}}$ のとき t は最小値 $\boxed{\text{イ}}$ をとる。

(2) y を t で表すと、 $y = t^2 - \boxed{\text{ウ}}t + \boxed{\text{エ}}$ となる。

(3) $x = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ または $\frac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ のとき y は最小値 $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ をとる。

(4) 方程式 $16^x - 5 \times 4^x - 5 \times 4^{-x} + 16^{-x} + 9 = a$ が 4 つの相異なる解をもつのは

$$\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}} < a < \boxed{\text{セ}}$$

のときである。

4 原点を O とする座標空間の 3 つの点 $A(-3, 1, 2)$, $B(2, 3, -1)$, $C(1, 1, 1)$ に対し、 s, t を実数としてベクトル $\vec{p} = \vec{OA} + s\vec{OB} + t\vec{OC}$ を考える。

(1) ベクトル $\vec{p}$ の終点が z 軸上にあるとき、 $s = \boxed{\text{アイ}}$, $t = \boxed{\text{ウエ}}$ であり、このときの終点の z 座標は $\boxed{\text{オカ}}$ である。

(2) ベクトル $\vec{p}$ の終点が xy 平面上にあるとき、その終点全体の集合は xy 平面上の直線

$$\boxed{\text{キ}}x - \boxed{\text{ク}}y + \boxed{\text{ケコ}} = 0$$

である。

(3) ベクトル $\vec{p}$ がベクトル $\vec{OB}$ および $\vec{OC}$ のどちらとも直交するとき、

$$s = \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{スセ}}}, \quad t = \frac{\boxed{\text{ソタチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$$

である。

(4) s, t を実数全体にわたって動かすとき、ベクトル $\vec{p}$ の大きさの最小値は

$$\frac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ネノ}}} \sqrt{\boxed{\text{ニヌ}}}$$

である。