数　　学

1　t を実数の定数として，直線 $y=-tx+(5+3t-t^2)$ を考える。

(1)　この直線の方程式を t に関して整理すると

$$t^2+\left(x-\boxed{ア}\right)t+y-\boxed{イ}=0$$

となることから，t を実数全体にわたって変化させるとき，この直線が通らない点の集合は不等式

$$y>\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}x^2-\frac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}x+\frac{\boxed{キク}}{\boxed{ケ}}$$

で表される領域である。

(2)　上の領域の境界を示す曲線を C と呼ぶ。このとき，点 $(0,7)$ から C には2本の接線が引けるが，それらの方程式は

$$y=\boxed{コ}x+7 \quad \text{または} \quad y=\boxed{サシ}x+7$$

である。

(3)　上の2本の接線と曲線 C によって囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$ である。

2　0から5までの6つの数字を用いてできる1桁から4桁までの数を小さい順に並べる。すなわち

0，1，2，…，5，10，11，…，15，20，21，…，5555

のように並べる。このとき，

(1)　3桁の数は $\boxed{アイウ}$ 個並ぶ。

(2)　全部で $\boxed{エオカキ}$ 個の数が並ぶ。

(3)　2015は $\boxed{ククコ}$ 番目の数である。

(4)　1000番目の数は $\boxed{サシスセ}$ である。

3　実数 x に対して関数

$$y=16^x-5\times4^x-5\times4^{-x}+16^{-x}+9$$

を考える。

(1)　$t=4^x+4^{-x}$ とおくと，$x=\boxed{ア}$ のとき t は最小値 $\boxed{イ}$ をとる。

(2)　y を t で表すと，$y=t^2-\boxed{ウ}t+\boxed{エ}$ となる。

(3)　$x=\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$ または $\dfrac{\boxed{キク}}{\boxed{ケ}}$ のとき y は最小値 $\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$ をとる。

(4)　方程式 $16^x-5\times4^x-5\times4^{-x}+16^{-x}+9=a$ が4つの相異なる解をもつのは

$$\frac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}<a<\boxed{セ}$$

のときである。

4　原点をOとする座標空間の3つの点 A$(-3,1,2)$，B$(2,3,-1)$，C$(1,1,1)$ に対し，s，t を実数としてベクトル $\vec{p}=\overrightarrow{OA}+s\overrightarrow{OB}+t\overrightarrow{OC}$ を考える。

(1)　ベクトル $\vec{p}$ の終点が z 軸上にあるとき，$s=\boxed{アイ}$，$t=\boxed{ウエ}$ であり，このときの終点の z 座標は $\boxed{オカ}$ である。

(2)　ベクトル $\vec{p}$ の終点が xy 平面上にあるとき，その終点全体の集合は xy 平面上の直線

$$\boxed{キ}x-\boxed{ク}y+\boxed{ケコ}=0$$

である。

(3)　ベクトル $\vec{p}$ がベクトル $\overrightarrow{OB}$ および $\overrightarrow{OC}$ のどちらとも直交するとき，

$$s=\frac{\boxed{サシ}}{\boxed{スセ}},\quad t=\frac{\boxed{ソタチ}}{\boxed{ツテ}}$$

である。

(4)　s，t を実数全体にわたって動かすとき，ベクトル $\vec{p}$ の大きさの最小値は

$$\frac{\boxed{トナ}\sqrt{\boxed{ニヌ}}}{\boxed{ネノ}}$$ である。