数　　学

$\boxed{1}$ 以下の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{12}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}} + \boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}} - \sqrt{\boxed{\text{オカ}}}$ である。ただし，

$\boxed{\text{イ}} > \boxed{\text{エ}}$ とする。

(2) a を自然数の定数とする2次関数 $f(x) = x^2 - ax + 1$ について，不等式 $f(x) < 0$ を満たす実数 x が存在するような a の最小値は $\boxed{\text{キ}}$ である。また，$f(x) < 0$ が5個の整数解をもつとき，$a = \boxed{\text{ク}}$ であり，6個の整数解をもつとき，$a = \boxed{\text{ケ}}$ である。

(3) $\angle\mathrm{A} = 45^\circ$，$\angle\mathrm{B} = 60^\circ$，$\mathrm{BC} = 2$ の $\triangle\mathrm{ABC}$ において，$\mathrm{AB} = \boxed{\text{コ}} + \sqrt{\boxed{\text{サ}}}$，
$\mathrm{AC} = \sqrt{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(4) 不等式 $0 < \log_2 x < 1$ の解は $\boxed{\text{ス}} < x < \boxed{\text{セ}}$ であり，$0 < \log_2\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right) < 1$ の解は $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} < x < \dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

(5) 赤玉が3個，青玉が2個，白玉と黒玉が1個ずつの計7個が入った袋から3個を取り出すとき，取り出された玉の色の組み合わせは $\boxed{\text{テト}}$ 通りである。ただし，同じ色の玉は区別しないものとする。

計算用紙

試験問題は次に続く。

$\boxed{2}$ 座標平面上の円 C_1：$x^2 + y^2 = 4$ と直線 l：$x - y - 2 = 0$ の共有点を通る円のうち，x 軸に接し，中心の y 座標が負であるものを C_2 とする。

(1) 円 C_2 の中心の座標は$(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イウ}})$であり，半径は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(2) $(x - \boxed{\text{ア}})^2 + \{y - (\boxed{\text{イウ}})\}^2 \leqq \boxed{\text{エ}}^2$ かつ $x^2 + y^2 \geqq 4$ を満たす領域を D とする。
D の面積は $\boxed{\text{オ}}\pi + \boxed{\text{カ}}$ である。

(3) 領域 D 内の点$(x,\ y)$について，$-2x + y$ がとり得る値の範囲は

$$\boxed{\text{キク}} - \boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}} \leqq -2x + y \leqq \boxed{\text{サシ}}$$

である。

計算用紙

試験問題は次に続く。

3 実数の定数 a，k（ただし，$k > 0$）に対して，

$$a_1 = a,\ a_{n+1} = \frac{1}{k}(a_n - 4n) \quad (n = 1,\ 2,\ 3, \cdots)$$

によって定義される数列 $\{a_n\}$ を考える。

(1) $a = 1$ とすると，

$$a_2 = \frac{\boxed{アイ}}{k},\quad a_3 = \frac{\boxed{ウエ} - \boxed{オ}\,k}{k^2}$$

であり，数列 $\{a_n\}$ が等差数列となるとき，$k = \boxed{カ}$ である。

このとき，$\{a_n\}$ の一般項を $bn + c$ とおくと，$b = \boxed{キク}$，$c = \boxed{ケ}$ である。

(2) k，b，c を(1)で求めた値とし，$f(n) = bn + c$ とおく。このとき，$a \neq 1$ とすると，数列 $\{a_n - f(n)\}$ は公比 $\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$ の等比数列となり，特に $a = 2$ のとき，

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}\left\{1 - \left(\frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}\right)^n\right\} - n^2 + \boxed{セ}\,n$$

である。

計算用紙

試験問題はここまで。