平成28年度全学統一入学試験問題

数　　学（理工学部）

（2月3日）

開始時刻　午後1時00分
終了時刻　午後2時00分

Ⅰ　注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 合図があったら、必ず裏面の「Ⅱ　解答上の注意」をよく読んでから、解答してください。
3. この冊子は10ページです。落丁、乱丁、印刷の不鮮明及び解答用紙の汚れなどがあった場合には申し出てください。
4. 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしてください。
   ①　受験番号欄
   受験番号を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしてください。正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
   ②　氏名欄
   氏名とフリガナを記入してください。
5. $\boxed{1}$ 〜 $\boxed{3}$ と $\boxed{4}$ または $\boxed{5}$ を選択してください。
   （$\boxed{4}$ と $\boxed{5}$ の両方を解答した場合は高得点の方を合否判定に使用します。）
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してもかまいませんが、どのページも切り離してはいけません。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。　　　　（裏面へ続く）

Ⅱ　解答上の注意

1. 問題の文中の $\boxed{ア}$ 、$\boxed{イウ}$ などには、特に指示がないかぎり、数字（0〜9）または符号（−、±）が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

（例）$\boxed{アイウ}$ に −83と答えたいとき

ア	⊖	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	⊖	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ウ	⊖	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

なお、同一の問題文中に $\boxed{ア}$ 、$\boxed{イウ}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、$\boxed{ア}$ 、$\boxed{イウ}$ のように細字で表記します。

2. 分数形で解答する場合は、既約分数（それ以上約分できない分数）で答えなさい。符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

（例）$\dfrac{\boxed{キク}}{\boxed{ケ}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは、$\dfrac{-4}{5}$ として

キ	⊖	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ク	⊖	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ケ	⊖	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

3. 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、$\boxed{コ}\sqrt{\boxed{サ}}$ 、$\dfrac{\sqrt{\boxed{シス}}}{\boxed{セ}}$ に $4\sqrt{2}$ 、$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを、$2\sqrt{8}$ 、$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。また $\boxed{ソ}\sqrt{\boxed{タ}+\boxed{チ}\sqrt{\boxed{ツ}}}$ に $6\sqrt{1+2\sqrt{3}}$ と答えるところを、$3\sqrt{4+8\sqrt{3}}$ のように答えてはいけません。

$\boxed{1}$ 以下の各問いに答えよ。

(1) a，b，c は0でない実数で，$a-2b=c-b=9c-5a\neq 0$ を満たしているとき，

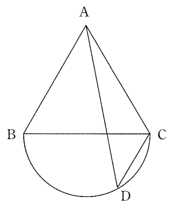
$\dfrac{a^2+b^2+c^2}{(a+b+c)^2}=\dfrac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウエ}}$ である。

(2) $x^2-3x+1=0$ を満たす x について，$x^3+\dfrac{1}{x^3}=\boxed{オカ}$ である。

(3) $1+\dfrac{1}{y}=\dfrac{4}{x}+\dfrac{16}{xy}$ を満たす自然数 x，y の組（x，y）の中で，x の値が最も小さいものは，

（x，y）＝（$\boxed{キ}$，$\boxed{クケ}$）である。

(4) 右図のように一辺の長さが6である正三角形ABCにおいて，辺BCを直径とする半円を辺BCに対して点Aと反対側にとり，この半円上に点Dを，AB // CDを満たすようにとるとき，AD ＝ $\boxed{コ}\sqrt{\boxed{サ}}$ である。



(5) $\log_x\sqrt{3}+\log_{x^2}27+\log_x 27=1$ を満たす x の値は $\boxed{シスセ}$ である。

計算用紙

試験問題は次に続く。

$\boxed{2}$ 座標平面上において，C_1：$x^2+y^2-4\sqrt{3}\,x-4y+12=0$ とし，原点 O を通る C_1 の接線を l_1，l_2 とする。C_1，l_1，l_2 のすべてに接する円で半径が C_1 より大きいものを C_2 とし，以下同様に C_3，$C_4,\cdots$，$C_n,\cdots$ を定める。このとき，以下の各問いに答えよ。

(1) C_1 の中心の座標は（$\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}$，$\boxed{ウ}$），面積は $\boxed{エ}\,\pi$ であり，l_1，l_2 の方程式は $y=\sqrt{\boxed{オ}}\,x$，$y=\boxed{カ}$ である。

(2) C_2 の中心の座標を（x_2，y_2）とおくと，$\dfrac{x_2}{y_2}=\sqrt{\boxed{キ}}$ であり，C_2 を表す方程式は

$x^2+y^2-\boxed{クケ}\sqrt{\boxed{コ}}\,x-\boxed{サシ}\,y+\boxed{スセソ}=0$ である。

(3) C_n の半径を r_n，面積を s_n とおくと，$\dfrac{r_{n+1}}{r_n}=\boxed{タ}$ であり，$\displaystyle\sum_{n=1}^{4} s_n=\boxed{チツテト}\,\pi$ である。

計算用紙

試験問題は次に続く。

$\boxed{3}$ さいころ 1 個を数回投げるとき，以下の各問いに答えよ。

(1) 3 回投げたとき，少なくとも 2 回の目が一致する確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ であり，3 回の目の積が 3 の倍数となる確率は $\dfrac{\boxed{ウエ}}{\boxed{オカ}}$ である。

(2) 2 回投げて，2 回目の目が 1 回目の目より小さければそこで終了し，そうでなければ 3 回目を投げて終了するものとする。

(i) 2 回投げて終了する確率は $\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{クケ}}$ であり，3 回投げて終了したとき，1 回目の目が 3 以下である確率は $\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$ である。

(ii) 終了したとき，目の和が 6 以下である確率は $\dfrac{\boxed{シス}}{\boxed{セソタ}}$ である。

計算用紙

試験問題は次に続く。

$\boxed{4}$ 平面上のベクトル$\vec{a}$，$\vec{b}$は内積の値が$\vec{a}\cdot\vec{b}=5$であり，$\vec{c}=2\vec{a}+\vec{b}$，$\vec{d}=\vec{a}-2\vec{b}$とすると，$|\vec{c}|=\sqrt{61}$，$|\vec{d}|=2\sqrt{21}$が成り立つ。このとき，以下の各問いに答えよ。

(1) $|\vec{a}|=\boxed{\text{ア}}$，$|\vec{b}|=\boxed{\text{イ}}$であり，$|\vec{d}-\vec{c}|=\sqrt{\boxed{\text{ウエオ}}}$である。

(2) 実数tに対して，$\vec{p}=(1-t)\vec{a}+(1+t)\vec{b}$とおくと，$|\vec{p}|$は$t=-\dfrac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$のとき最小値$\dfrac{\boxed{\text{コサ}}\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セソ}}}$をとる。

(3) 平面上のある点Oに対し$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=(s-t)\vec{a}+(s+t)\vec{b}$とすると，$0\leqq s\leqq 2$，$0\leqq t\leqq 1$のとき，点Qの動く領域の面積は$\boxed{\text{タチ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}$である。

計算用紙

試験問題は次に続く。

$\boxed{5}$ xの関数$f(x)=\dfrac{x-2}{e^x}$について次の各問いに答えよ。ただし，$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x}{e^x}=0$となることは用いてよいものとする。

(1) xy平面上において，$y=f(x)$のグラフ上のx座標が0である点における接線の方程式は$y=\boxed{\text{ア}}x-\boxed{\text{イ}}$であり，$f(x)$の最大値は$\dfrac{\boxed{\text{ウ}}}{e^{\boxed{\text{エ}}}}$である。

(2) xy平面上において，$y=f(x)$のグラフ上の点$(t,\ f(t))$における接線の方程式を$y=f'(t)x+g(t)$と表すと，$g(t)=(t^2-\boxed{\text{オ}}\,t-\boxed{\text{カ}})e^{-t}$であり，$t>0$のとき$g(t)$は最大値$\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{e^{\boxed{\text{ク}}}}$をとる。

(3) xy平面上において，$y=f(x)$のグラフとx軸，y軸のすべてで囲まれる部分の面積は$\dfrac{e^{\boxed{\text{ケ}}}+\boxed{\text{コ}}}{e^{\boxed{\text{サ}}}}$である。

計算用紙

試験問題はここまで。