数　　学

1　2次方程式 $x^2+3x+1=0$ の2つの解を α，β とする。

(1)　$\alpha+\beta=$ $\boxed{\text{アイ}}$，$\alpha\beta=$ $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(2)　$\alpha^2+\beta^2=$ $\boxed{\text{エ}}$，$\alpha^3+\beta^3=$ $\boxed{\text{オカキ}}$ である。

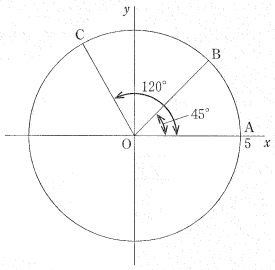
(3)　$\alpha^2+2\alpha+\beta$，$\beta^2+2\beta+\alpha$ を2つの解とする2次方程式で，x^2 の係数が1となるものは

$$x^2+\boxed{\text{ク}}\,x-\boxed{\text{ケ}}=0$$

である。

2　1個のさいころを3回振り，出た目を順に a，b，c とする。x 軸上に点 A$(a,\ 0)$ をとり，原点Oを中心とする半径 a の円を描き，その円周上に2点B，Cを，それぞれ $\angle\mathrm{AOB}=15b^\circ$，$\angle\mathrm{AOC}=30c^\circ$ を満たすようにとる。ただし点B，Cの y 座標は，0または正の数であるようにとるものとする。

[例]　$a=5$，$b=3$，$c=4$ の場合



(1)　2点B，Cが同じ点になるような b，c の組合せは $\boxed{\text{ア}}$ 通りある。

(2)　△OBCが正三角形となるような b，c の組合せは $\boxed{\text{イ}}$ 通りあり，そのときの $b+c$ の最小値は $\boxed{\text{ウ}}$，最大値は $\boxed{\text{エオ}}$ である。

(3)　△OBCの面積の最大値は $\boxed{\text{カキ}}$ で，△OBCの面積がその値をとる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

3

(1)　x の関数

$$f(x)=(x^2-5x)^2+4(x^2-5x)-60$$

を考える。虚数単位を i とすると，方程式 $f(x)=0$ の解は

$$x=\boxed{\text{アイ}},\ \boxed{\text{ウ}},\ \frac{\boxed{\text{エ}}\pm\sqrt{\boxed{\text{オカ}}}\,i}{\boxed{\text{キ}}}$$

である。また，x が実数のとき，$x^2-5x\geqq\dfrac{\boxed{\text{クケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ であることから，$f(x)$ の最小値は $\boxed{\text{シスセ}}$ であり，$f(x)$ がこの値をとるのは $x=\dfrac{\boxed{\text{ソ}}\pm\sqrt{\boxed{\text{タチ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ のときである。

(2)　$a=\log_2 x$，$b=\log_8 y$ とする。

$a+3b=4$ が成り立つとき，$xy=$ $\boxed{\text{テト}}$ である。

また，$2a-b=3$ が成り立つとき，$\dfrac{x^6}{3}+\dfrac{3}{y}$ がとりうる値の最小値は $\boxed{\text{ナニ}}\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

4　6と互いに素である自然数を小さい順に並べて数列 $\{a_n\}$ を作る。

(1)　$a_1=$ $\boxed{\text{ア}}$，$a_2=$ $\boxed{\text{イ}}$，$a_3=$ $\boxed{\text{ウ}}$，$a_4=$ $\boxed{\text{エオ}}$ である。

(2)　数列 $\{a_n\}$ から奇数番目のものだけを取り出して，

$$b_k=a_{2k-1}\quad(k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

とおくと，$b_k=$ $\boxed{\text{カ}}\,k-\boxed{\text{キ}}$ となる。

また，数列 $\{a_n\}$ から偶数番目のものだけを取り出して，

$$c_k=a_{2k}\quad(k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

とおくと，$c_k=$ $\boxed{\text{ク}}\,k-\boxed{\text{ケ}}$ となる。

(3)　$a_n\leqq 100$ を満たす a_n は $\boxed{\text{コサ}}$ 個あり，それらの和は $\boxed{\text{シスセソ}}$ である。