平成29年度一般入学試験問題

数　　学【理工学部】

（2月9日）

開始時刻　午前10時30分
終了時刻　午後0時00分

Ⅰ 注意事項

1. **試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。**
2. 合図があったら、必ず裏面の「**Ⅱ 解答上の注意**」をよく読んでから、解答してください。
3. この冊子は6ページです。落丁、乱丁、印刷の不鮮明及び解答用紙の汚れなどがあった場合には申し出てください。
4. **解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしてください。**
   ① **受験番号欄**
   受験番号を記入し、さらにその下のマーク欄に**マーク**してください。**正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。**
   ② **氏名欄**
   氏名とフリガナを記入してください。
5. $\boxed{1}$ ～ $\boxed{4}$ と $\boxed{5}$ または $\boxed{6}$ を選択してください（$\boxed{5}$ と $\boxed{6}$ の両方を解答した場合は高得点の方を合否判定に使用します）。
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してもかまいません。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

（裏面へ続く）

Ⅱ 解答上の注意

1. 問題の文中の $\boxed{ア}$ 、$\boxed{イウ}$ などには、特に指示がないかぎり、数字（0～9）または符号（－、±）が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

   （例）$\boxed{アイウ}$ に－83と答えたいとき

ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	●	9
ウ	−	±	0	1	2	●	4	5	6	7	8	9

   なお、同一の問題文中に $\boxed{ア}$ 、$\boxed{イウ}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、$\boxed{ア}$ 、$\boxed{イウ}$ のように細字で表記します。

2. 分数形で解答する場合は、既約分数（それ以上約分できない分数）で答えなさい。符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

   （例）$\dfrac{\boxed{キク}}{\boxed{ケ}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは、$\dfrac{-4}{5}$ として

キ	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ク	−	±	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9
ケ	−	±	0	1	2	3	4	●	6	7	8	9

3. 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

   例えば、$\boxed{コ}\sqrt{\boxed{サ}}$ 、$\dfrac{\sqrt{\boxed{シス}}}{\boxed{セ}}$ に $4\sqrt{2}$ 、$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを、$2\sqrt{8}$ 、$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。また $\boxed{ソ}\sqrt{\boxed{タ}+\boxed{チ}\sqrt{\boxed{ツ}}}$ に $6\sqrt{1+2\sqrt{3}}$ と答えるところを、$3\sqrt{4+8\sqrt{3}}$ のように答えてはいけません。

1

(1) a を定数とする。x についての2次方程式

$$x^2+(3a+1)x+a^2+2a+4=0$$

の1つの解が $x=1$ であるとき，a の値は $\boxed{アイ}$ または $\boxed{ウエ}$ であり，
他の解は $a=\boxed{アイ}$ のとき $x=\boxed{オ}$ ，$a=\boxed{ウエ}$ のとき $x=\boxed{カ}$ である。
ただし，$\boxed{アイ}<\boxed{ウエ}$ とする。

(2) 循環小数 $0.\dot{3}4\dot{5}6$ を分数で表すと $\dfrac{\boxed{キクケ}}{\boxed{コサシス}}$ となる。

(3) $\sqrt{162}+\sqrt{98}-2\sqrt{72}=\boxed{セ}\sqrt{\boxed{ソ}}$ である。

(4) $\dfrac{3}{\sqrt{7}-2}$ の整数部分は $\boxed{タ}$ ，小数部分は $\sqrt{\boxed{チ}}-\boxed{ツ}$ である。

(5) 不等式 $2|x+1|-|x-2|>x+3$ の解は $x<\dfrac{\boxed{テト}}{\boxed{ナ}}$ ，$\dfrac{\boxed{ニ}}{\boxed{ヌ}}<x$ である。

2

偶数の列を，次のように奇数個ずつの群に分ける。

2，|4，6，8，|10，12，14，16，18，|20，…

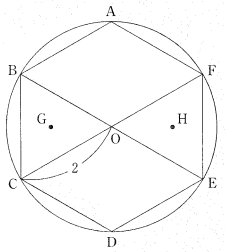
このとき，第5群について，項数は $\boxed{ア}$ ，最初の数は $\boxed{イウ}$ ，
最後の数は $\boxed{エオ}$ である。
また，第20群について，項数は $\boxed{カキ}$ ，最初の数は $\boxed{クケコ}$ ，
最後の数は $\boxed{サシス}$ である。

3

(1) 下の図のように，半径が 2 の円 O に内接する正六角形 ABCDEF において，△OBC，△OEF の重心をそれぞれ G，H とする。

このとき，$AC = \boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}$，$AG = \dfrac{\boxed{ウ}\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{オ}}$ である。

また，$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{AH} = \dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ である。



(2) 座標空間において，4 つの点 A(1，−2，0)，B(0，1，2)，C(0，0，3)，D(−2，1，0) があり，直線 AB 上を動く点 P がある。点 P の座標が $\left(\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケコ}}, \dfrac{\boxed{サシ}}{\boxed{スセ}}, \dfrac{\boxed{ソタ}}{\boxed{チツ}}\right)$ であるとき，$\overrightarrow{PC}\cdot\overrightarrow{PD}$ は最小値 $\dfrac{\boxed{テトナニ}}{\boxed{ヌネ}}$ をとる。

4

a を定数とする。x についての方程式

$$\{\log_3(x^2+\sqrt{3})\}^2 - 3\log_3(x^2+\sqrt{3}) + a = 0 \quad \cdots ①$$

において

$$p = \log_3(x^2+\sqrt{3}) \quad \cdots ②$$

とおく。

このとき，p を用いて方程式①を表すと，$p^2 - 3p + a = 0$ となる。

また，$x^2 \geqq 0$ より $x^2+\sqrt{3} \geqq \sqrt{\boxed{ア}}$ であるから，$p \geqq \dfrac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}$ となる。

以上のことから，②を満たす x の個数は

$p = \dfrac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}$ のとき $\boxed{エ}$ 個，$p > \dfrac{\boxed{イ}}{\boxed{ウ}}$ のとき $\boxed{オ}$ 個である。

したがって，方程式①の実数解の個数は

$a > \dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ のとき 0 個，

$a = \dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ または $a < \dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ のとき $\boxed{コ}$ 個，

$a = \dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ のとき $\boxed{サ}$ 個，

$\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}} < a < \dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}}$ のとき $\boxed{シ}$ 個

である。

5

原点を O とする座標平面上の放物線 $y = -\dfrac{2}{3}x^2 + 6$ を C とし，放物線 C の頂点を A とおく。赤色のさいころ 1 個と白色のさいころ 1 個を同時に投げるとき，赤いさいころの目を a とし，白いさいころの目を b とする。このとき，点 $(a,\ b)$ を P とおく。

(1) 放物線 C と x 軸で囲まれた図形の内部に，点 $P(a,\ b)$ が含まれる確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(2) 放物線 C と x 軸で囲まれた図形の面積は $\boxed{ウエ}$ であり，

△OAP の面積が $\boxed{ウエ}$ の $\dfrac{1}{4}$ となる確率は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$ である。

(3) 直線 OP の傾きを m とおき，直線 OP と放物線 C の交点のうち x 座標が正である方を Q とおく。点 Q の x 座標は

$$\frac{\boxed{キク}\,m + \boxed{ケ}\sqrt{m^2 + \boxed{コサ}}}{\boxed{シ}}$$

であり，$\boxed{ケ}\sqrt{m^2 + \boxed{コサ}}$ が整数となる確率は $\dfrac{\boxed{ス}}{\boxed{セソ}}$ である。

6

(1) 関数 $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}\ (x > 1)$ の導関数は

$$f'(x) = \frac{\boxed{アイ}}{(x-1)^{\boxed{ウ}/\boxed{エ}}\sqrt{x + \boxed{オ}}}$$

である。

曲線 $y = f(x)$ 上の点 $(2,\ f(2))$ における接線の方程式は

$$y = \frac{\boxed{カ}\sqrt{\boxed{キ}}}{\boxed{ク}}x + \frac{\boxed{ケ}\sqrt{\boxed{コ}}}{\boxed{サ}}$$

である。

(2) a を正の定数とする。e を自然対数の底とする。2 つの曲線 $y = e^x$，$y = e^{-x}$ をそれぞれ C_1，C_2 とする。

曲線 C_2 と 3 つの直線 $x = 0$，$x = a$，$y = 0$ で囲まれた図形の面積を $S_1(a)$ とし，2 つの曲線 C_1，C_2 および直線 $x = a$ で囲まれた図形の面積を $S_2(a)$ とすると，

$S_1(a) = \boxed{シ} - e^{\boxed{ス}a}$，

$S_2(a) = e^a + e^{\boxed{セ}a} - \boxed{ソ}$

である。

よって，定数 a が条件 $S_1(a) = S_2(a)$ を満たすとき，

等式 $e^{\boxed{タ}a} - \boxed{チ}\,e^a + \boxed{ツ} = 0$ が成立する。このとき，$a = \log \boxed{テ}$ である。

ただし，log は自然対数を表す。