

平成30年度大学院博士前期課程一般入学試験（第I期）問題

研究科名	科目名
経済学研究科 経済学専攻	経済数学

問1. 関数 $z = 5x^2 - 7x - 3xy - 9y + 6y^2$ について、次の各問に答えなさい。

- (1) 偏微分 $\frac{\partial z}{\partial x}$ と $\frac{\partial z}{\partial y}$ を求めなさい。
- (2) 全微分を求めなさい。
- (3) $dz = 0$ のとき、陰関数の法則を使って、 $\frac{dy}{dx}$ を求めなさい。
- (4) 関数 z が極値を取るときの (x^*, y^*) の値を求めなさい。
- (5) (4) で求めた極値が最大値か最小値かどうか、2階偏導関数 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ を使って確認しなさい。
- (6) 制約条件 $x + y = 3$ が与えられたとき、ラグランジュ乗数法を使って、最適値を与える (x^\dagger, y^\dagger) を求めなさい。

問2. $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ であるとき、以下の問に答えなさい。

- (1) 行列 A の固有値、固有ベクトルを求めなさい。
- (2) 行列 A を対角化しなさい。
- (3) A^n を求めなさい。
- (4) ${}^t x A x$ を計算しなさい。
- (5) (2) で求めた固有ベクトル p_1, p_2 を使って、 $x = (p_1, p_2) y = P y$ とおく。ここで、 $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$ 。
このとき、 ${}^t x A x$ を y を使って計算しなさい。
- (6) 任意の非ゼロベクトル x に対して、 ${}^t x A x > 0$ となるかどうかについて検討しなさい。
理由も明記すること。