平 成 31 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　　学

（11 月 17 日）

国際教養学部

開　始　　午前 10 時 30 分

終　了　　午前 11 時 40 分

I　注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この冊子は 4 ページです。落丁、乱丁、印刷の不鮮明及び解答用紙の汚れなどがあった場合には申し出てください。
3. 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしてください。

   ①　受験番号欄

   受験番号を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしてください。正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。

   ②　氏名欄

   氏名とフリガナを記入してください。
4. 問題冊子の余白等は適宜利用してもかまいません。
5. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

（裏面へ続く）

Ⅱ　解答上の注意

1. 問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ 、$\boxed{\text{イウ}}$ などには、特に指示がないかぎり、数字（０～９）または符号（－、±）が入ります。**ア**、**イ**、**ウ**、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の**ア**、**イ**、**ウ**、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

（例）$\boxed{\text{アイウ}}$ に－83と答えたいとき

ア	**－**	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	－	±	0	1	2	3	4	5	6	7	**8**	9
ウ	－	±	0	1	2	**3**	4	5	6	7	8	9

なお、同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$ 、$\boxed{\text{イウ}}$ などが２度以上現れる場合、２度目以降は、$\boxed{\text{ア}}$ 、$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

2. 分数形で解答する場合は、既約分数（それ以上約分できない分数）で答えなさい。符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

（例）$\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは、$\dfrac{-4}{5}$ として

キ	**－**	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ク	－	±	0	1	2	3	**4**	5	6	7	8	9
ケ	－	±	0	1	2	3	4	**5**	6	7	8	9

3. 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例えば、$\boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サ}}}$ 、$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{シス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ に $4\sqrt{2}$ 、$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを、$2\sqrt{8}$ 、$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。

$\boxed{1}$ 以下の各問いに答えよ。

(1) $\dfrac{x+y}{3}=\dfrac{y+z}{4}=\dfrac{z+x}{5}$ であるとき，$\left(3+\dfrac{y}{x}\right)\left(3+\dfrac{z}{y}\right)\left(3+\dfrac{x}{z}\right)=\boxed{\text{アイ}}$ である。

(2) $x+\dfrac{1}{y}=4$，$y+\dfrac{1}{z}=2$，$z+\dfrac{1}{x}=\dfrac{2}{7}$ であるとき，$\left(x+\dfrac{1}{y}\right)\left(y+\dfrac{1}{z}\right)\left(z+\dfrac{1}{x}\right)$

$=\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ となることから，$xyz=\boxed{\text{カキ}}\pm\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ と分かる。

(3) $\triangle$ABC において，AB $=3$，BC $=7$，CA $=5$ であるとき

$\cos\angle\mathrm{BAC}=\dfrac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ より $\angle\mathrm{BAC}=\boxed{\text{シスセ}}^\circ$ である。

また，$\triangle$ABC の面積は $\dfrac{\boxed{\text{ソタ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

$\boxed{2}$ 大中小３個のさいころを同時に投げて出た目を a，b，c とする。

(1) ３つの目の積 abc が奇数である確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(2) ３つの目の積 abc が素数にならない確率は $\dfrac{\boxed{ウエ}}{\boxed{オカ}}$ である。

(3) $(a-b)(b-c) \neq 0$ となる確率は $\dfrac{\boxed{キク}}{\boxed{ケコ}}$ である。

(4) $(a-b)(b-c)(c-a) = 0$ となる確率は $\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}$ である。

(5) ３つの目の和 $a+b+c$ が１桁の素数である確率は $\dfrac{\boxed{スセ}}{\boxed{ソタチ}}$ である。

$\boxed{3}$ m を実数の定数とし，2 次関数 $y = x^2 - mx + 2m - \dfrac{17}{4}$ のグラフを考える。

(1) 2 次方程式 $x^2 - mx + 2m - \dfrac{17}{4} = 0$ の判別式は

$D = m^2 - \boxed{ア}\, m + \boxed{イウ} = (m - \boxed{エ})^2 + \boxed{オ}$

と変形されることから，つねに $D > 0$ となることがわかる。したがって，この 2 次関数のグラフはつねに x 軸と 2 つの共有点をもつ。

(2) この 2 次関数のグラフと x 軸との 2 つの共有点の x 座標を小さいほうから α，β ($\alpha < \beta$) とする。

このとき $\alpha^2 + \beta^2 = m^2 - \boxed{カ}\, m + \dfrac{\boxed{キク}}{\boxed{ケ}}$ と表される。

また，$\alpha^3 + \beta^3 = m^3 - \boxed{コ}\, m^2 + \dfrac{\boxed{サシ}}{\boxed{ス}}\, m$ と表される。

(3) $(\beta - \alpha)^2 = m^2 - \boxed{セ}\, m + \boxed{ソタ}$ と表される。

(4) 2 つの解の差 $\beta - \alpha$ は，$m = \boxed{チ}$ のとき最小値 $\boxed{ツ}$ をとる。

$\boxed{\mathbf{4}}$ 2桁の自然数 a は，2乗すると末尾の2桁が元の数 a と等しくなり，また3桁の自然数 b は，2乗すると末尾の3桁が元の数 b と等しくなる。このような自然数 a，b を求めたい。

(1) a^2 と a の末尾の2桁が等しくなるための必要十分条件は，$a^2 - a$ が $\boxed{\text{アイウ}}$ の倍数であることである。

(2) $\boxed{\text{アイウ}}$ を素因数分解すると，$\boxed{\text{エ}}^2 \times \boxed{\text{オ}}^2$ となる。ただし $\boxed{\text{エ}} < \boxed{\text{オ}}$ とする。

(3) $a^2 - a = a(a-1)$ は連続する2つの自然数の積であるから，a と $a-1$ の両方とも $\boxed{\text{エ}}$ の倍数であるとか，両方とも $\boxed{\text{オ}}$ の倍数ということはあり得ない。また，a と $a-1$ のどちらも2桁以下の自然数であるから，これらが $\boxed{\text{アイウ}}$ の倍数ということもあり得ない。
したがって，起こりうるのは次の2つの場合しかないことが分かる。

① a が $\boxed{\text{エ}}^2$ の倍数で，$a-1$ が $\boxed{\text{オ}}^2$ の倍数である。

② a が $\boxed{\text{オ}}^2$ の倍数で，$a-1$ が $\boxed{\text{エ}}^2$ の倍数である。

①の場合には $a = \boxed{\text{カキ}}$，②の場合には $a = \boxed{\text{クケ}}$ となり，a の値としてあり得るのは，この2通りしかない。

(4) 同様の考え方により，自然数 b の値としてあり得るものは，小さい順に $\boxed{\text{コサシ}}$，$\boxed{\text{スセソ}}$ の2つである。