平 成 31 年 度 一 般 入 学 試 験 問 題

数　　　学【理工学部】

（2月9日）

開始時刻　　午前10時30分
終了時刻　　午後 0 時00分

Ⅰ 注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 合図があったら、必ず裏面の「Ⅱ　**解答上の注意**」をよく読んでから、解答してください。
3. この冊子は6ページです。落丁、乱丁、印刷の不鮮明及び解答用紙の汚れなどがあった場合には申し出てください。
4. 解答用紙には解答欄以外に次の記入欄があるので、監督者の指示に従って、それぞれ正しく記入し、マークしてください。
   ① 受験番号欄
   受験番号を記入し、さらにその下のマーク欄にマークしてください。正しくマークされていない場合は、採点できないことがあります。
   ② 氏名欄
   氏名とフリガナを記入してください。
5. $\boxed{1}$ ～ $\boxed{4}$ と $\boxed{5}$ または $\boxed{6}$ を選択してください。
   （$\boxed{5}$ と $\boxed{6}$ の両方を解答した場合は高得点の方を合否判定に使用します。）
6. 問題冊子の余白等は適宜利用してもかまいません。
7. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ってください。

（裏面へ続く）

Ⅱ　解答上の注意

1. 問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$、$\boxed{\text{イウ}}$ などには、特に指示がないかぎり、数字(0～9)または符号(−、±)が入ります。**ア**、**イ**、**ウ**、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークして答えなさい。

　(例) $\boxed{\text{アイウ}}$ に − 83 と答えたいとき

ア	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
イ	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ウ	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

　なお、同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$、$\boxed{\text{イウ}}$ などが2度以上現れる場合、2度目以降は、$\boxed{\text{ア}}$、$\boxed{\text{イウ}}$ のように細字で表記します。

2. 分数形で解答する場合は、既約分数(それ以上約分できない分数)で答えなさい。符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

　(例) $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは、$\dfrac{-4}{5}$ として

エ	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
オ	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
カ	−	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

3. 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

　例えば、$\boxed{\text{キ}}\sqrt{\boxed{\text{ク}}}$、$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ に $4\sqrt{2}$、$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ と答えるところを、$2\sqrt{8}$、$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$ のように答えてはいけません。

1 以下の各問いに答えよ。

(1) $x = \dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$, $y = \dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ のとき，$x + y = \sqrt{\boxed{\text{ア}}}$, $xy = \dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$,

$x^2y + xy^2 = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(2) a を正の定数とする。2 次方程式 $9x^2 - ax - 5 = 0$ において，1 つの解が他の解に 2 を加えた数であるとき，$a = \boxed{\text{カキ}}$ であり，

2 つの解は $\dfrac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$, $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ である。

(3) 不等式 $2\log_2(2-x) \geqq \log_2 x$ を解く。

真数は正であるから，$\boxed{\text{ス}} < x < \boxed{\text{セ}}$ ……①

また，底は 1 より大きいので，$x^2 - \boxed{\text{ソ}}\,x + \boxed{\text{タ}} \geqq 0$ ……②

①，②より，$\boxed{\text{チ}} < x \leqq \boxed{\text{ツ}}$ である。

(4) 1 辺の長さが 2 の正六角形の 6 個の頂点から，異なる 3 点を同時に選ぶとき，それらの 3 点を結んでできる三角形が直角三角形である確率は $\dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ であり，その直角三角形の面積は $\boxed{\text{ナ}}\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}$ である。

$\boxed{2}$ 以下の各問いに答えよ。

(1) 1 辺の長さが 3 の正四面体 OABC において，△ABC の重心を G とする。

このとき，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$，$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$，$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OA}=\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$ であり，

$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OG}=\boxed{キ}$ である。

(2) 座標平面上の 3 点 A(2, 0)，B(4, 5)，C(− 3, 1) について，

$|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}|=4$ を満たす点 P$(x,\ y)$ の軌跡の方程式は，

$(\boxed{ク}-\boxed{ケ}x)^2+(\boxed{コ}-\boxed{サ}y)^2-16=0$ である。

また，その面積は $\dfrac{\boxed{シス}}{\boxed{セ}}\pi$ である。

3 次の条件①を満たす自然数の組$(i,\ j,\ k)$の個数を求める。

$$i < j < k \quad \text{かつ} \quad \frac{1}{i} + \frac{1}{j} + \frac{1}{k} = \frac{1}{2} \quad \cdots\cdots①$$

$i < j < k$ より

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{i} + \frac{1}{j} + \frac{1}{k} < \frac{1}{i} + \frac{1}{i} + \frac{1}{i} = \frac{\boxed{ア}}{i}$$

であり，不等式 $\dfrac{1}{2} < \dfrac{\boxed{ア}}{i}$ の解は $i <$ $\boxed{イ}$ である。

また，

$$\frac{1}{i} < \frac{1}{i} + \frac{1}{j} + \frac{1}{k} = \frac{1}{2}$$

であり，不等式 $\dfrac{1}{i} < \dfrac{1}{2}$ の解は $\boxed{ウ} < i$ である。

$\boxed{ウ} < i < \boxed{イ}$ を満たす i の値は $\boxed{エ}$，$\boxed{オ}$，$\boxed{カ}$ である。
ただし，$\boxed{エ} < \boxed{オ} < \boxed{カ}$ とする。

条件①を満たす自然数の組$(i,\ j,\ k)$の個数は，

$i =$ $\boxed{エ}$ のとき $\boxed{キ}$ 個，
$i =$ $\boxed{オ}$ のとき $\boxed{ク}$ 個，
$i =$ $\boxed{カ}$ のとき $\boxed{ケ}$ 個である。

4 下の表にある通り，各列の文字が異なり，かつ各行の文字も異なるように，a，b，c，d の 4 文字を各列に並べる場合の数を考える。

	第1列	第2列	第3列
第 1 行	b	a	d
第 2 行	a	d	c
第 3 行	c	b	a
第 4 行	d	c	b

⑴ 第 1 列に a，b，c，d の 4 文字を並べる場合の数は， **アイ** 通りである。

⑵ 第 1 列に a，b，c，d の 4 文字を並べた後，第 1 行で残りの第 2 列目と第 3 列目に文字を並べる場合の数は， **ウ** 通りである。

⑶ 第 1 列の並び方が abcd の順で，第 1 行の並び方が abc の順である場合の数は， **エ** 通りである。

⑷ ⑴，⑵，⑶より，並べ方の総数は **オカキ** 通りである。

$\boxed{5}$，$\boxed{6}$ のうちどちらか一方を選択して解答せよ。

$\boxed{5}$ 放物線 $C : y = x^2$ と直線 l は 2 つの交点をもち，それぞれの x 座標は -3，1 である。このとき，直線 l の方程式は $y = \boxed{\text{アイ}}\,x + \boxed{\text{ウ}}$ である。また，放物線 C と直線 l で囲まれた部分の面積は $\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

次に，放物線 C と直線 m は 2 つの交点をもち，それぞれの x 座標は a，b であるとする。ただし，$a < 0 < b$ とする。点 $(b,\ b^2)$ における放物線 C の接線と直線 m が直交しているとき，a を b の式で表すと $a = \dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}\,b} - b$ となる。また，放物線 C と直線 m で囲まれた部分の面積 S を b の式で表すと $S = \dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}\left(b + \dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}\,b}\right)^{\boxed{\text{セ}}}$ となる。$b = \dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ のとき，S は最小値 $\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ をとる。

$\boxed{6}$ i を虚数単位とする。複素数平面上で，原点 O と点 A$(1+3\sqrt{3}\,i)$を，3つの頂点のうちの2つとする正三角形の残りの1つの頂点は，

$$点\,\mathrm{B}\left(\boxed{ア}+\sqrt{\boxed{イ}}\,i\right)\quad または\quad 点\,\mathrm{C}\left(\boxed{ウエ}+\boxed{オ}\sqrt{\boxed{カ}}\,i\right)$$

である。

線分 OA の長さは $\boxed{キ}\sqrt{\boxed{ク}}$ であり，線分 BC の長さは $\boxed{ケ}\sqrt{\boxed{コサ}}$ であるので，四角形 OBAC の面積は $\boxed{シス}\sqrt{\boxed{セ}}$ である。